Zur Ermittlung und rechnerischen Überprüfung thermodynamischer Daten aus experimentell gefundenen Werten, 3. Mitt.:¹*

Zur Berechnung der thermodynamischen Überschußfunktionen (excess-functions) im System Äthanol-Wasser

Von

F. Gölles

Aus dem Institut für Pharmakognosie der Universität Graz

Mit 5 Abbildungen

(Eingegangen am 22. Dezember 1961)

Dampfdruckmessungen verschiedener Autoren wurden in bekannter Weise nach der Methode von Runge—Kutta numerisch integriert und die Aktivitätskoeffizienten des Systems Wasser (1) —Äthanol (2) wurden aus den überprüften Dampfdruckmessungen berechnet. Die thermodynamischen Überschußfunktionen (excess-functions) $\Delta \overline{GE}$, $\Delta \overline{H}$ und $T \cdot \Delta \overline{SE}$ wurden für die Temperaturen 50 und 200° C errechnet und mit vorhandenen Werten für 25° C in Vergleich gesetzt. Diese Funktionen verlaufen unsymmetrisch und unter Vorzeichenwechsel.

Jones² und Griswold, Haney und Klein³ haben die Total- und Partialdruckkurven des binären Systems Wasser (1)—Äthanol (2) für verschiedene Temperaturen experimentell ermittelt. Griswold und Mitarb. geben allerdings nur die Totaldampfdruckkurve und die Zusammensetzung des Destillates für die Temperaturen von 150°, 200°, 250° und 275° an. Dieser

^{*} Herrn Prof. Dr. O. Kratky, Vorstand des Instituts für theoretische und physikalische Chemie der Universität Graz, zur Vollendung des 60. Lebensjahres ergebenst gewidmet.

¹ 1. Mitt.: F. Gölles, Mh. Chem. **92**, 981 (1961); 2. Mitt.: F. Gölles, Mh. Chem. **93**, 191 (1962).

² C. A. Jones und E. M. Schoenborn, Ind. Engng. Chem. **35**, 666 (1943). ³ J. Griswold, J. D. Haney und V. A. Klein, Ind. Engng. Chem. **33**, 701

^{(1943).}

Temperaturbereich ist für die Untersuchung der bei der Mikroanalyse nach R. Fischer⁴ auftretenden Erscheinungen der wichtigste.

Mit Hilfe der in der Literatur gefundenen Angaben über die Reindrucke beider Bestandteile⁵ gelingt es, das vollständige Dampfdruckdiagramm zu zeichnen und daraus in bekannter Weise die Aktivitätskoeffizienten für die untersuchten Temperaturen zu errechnen. Die Größen



Abb. 1. Dampfphase (y) Funktion der wässerigen Phase (x) für verschiedene Temperaturen im binären System Wasser/Äthanol

der thermodynamischen Überschußfunktionen (excess-functions) lassen sich aus den vorhandenen Angaben mit hinreichender Genauigkeit annähernd darstellen.

Die Dampfdruckmessungen von Jones (l. c.) befinden sich ausgewertet bereits in der zweiten Mitteilung¹. Für 60° wurde die Auswertung in vorliegender Mitteilung durchgeführt. Die Angaben von Griswold und Mitarb. (l. c.) beziehen sich auf Temperaturen von 150 bis 250° und werden mit den von Jones zu- $\overline{\mathcal{IO} x}$ sammen in den beiden folgenden Tabellen gebracht.

> Die Methode von Runge und Kutta zur numerischen

Integration findet sich in der ersten Mitteilung¹ genau beschrieben. Tab. 1 bringt die Ergebnisse für die Temperaturen 60, 150, 200 und 250°.

Für die höheren Temperaturen sind die Druckangaben, um mit den Angaben für die niedrigeren Einheitlichkeit herzustellen, ebenfalls in mm Hg angeführt. Die Umrechnung für das angelsächsische Maß lb/sq. in. abs. geschieht durch Multiplikation mit dem Faktor 51,71.

In Abb. 1 ist die Zusammensetzung der Dampfphase y (Mole Äthanol) als Funktion der wässerigen Phase x (Mole Äthanol) aufgetragen. Es ergeben sich nach oben gebauchte Kurven, die bei zunehmenden Temperaturen jeweils geringere Krümmung aufweisen und für höhere molare Gehalte in die *Raoult*sche Gerade übergehen.

Tab. 2 bringt übersichtlich die Reindrucke von Wasser und Äthanol, die mit steigender Temperatur rasch zunehmen. Nach den Angaben von

⁴ R. Fischer, E. Pinter und H. Auer, Pharmaz. Zhalle 99, 299 (1960).

⁵ Landolt-Börnstein Tabellen, Hw. II, S. 1362ff.

Tabelle 1

Werte des Totaldruckes P, der Zusammensetzung der wäßrigen Phase (x)und der Dampfphase (y), berechnet nach *Runge* und *Kutta*, sowie experimentell gefundene Werte für y für die Temperaturen 60°, 150°, 200° und 250°. In Klammer unter den y-Werten die experimentell gefundenen Werte. Angaben für P in mm Hg

60°							
x	$0,005 \\ 0.045$	$\begin{array}{c} 0,015\\ 0,161 \end{array}$	$0,030 \\ 0,254$	$\begin{array}{c} 0,053 \\ 0,334 \end{array}$	$0,075 \\ 0,400$	$0,100 \\ 0,457$	$0,140 \\ 0,508$
5	(0,050)	(0, 160)	(0, 245)	(0, 335)	(0, 401)	(0, 455)	(0, 510)
P	160,0	180,0	200,0	220,0	240,0	260,0	280,0
	- · ·	• • •		- · · ·			
<i>x</i>	0,205	0,330	0,495	0,725			
$y \dots \dots$	0,555	0,604	0,669	0,765			
<i>P</i>	(0,553) 300,0	(0,602) 320,0	(0,070) 340,0	(0,766) 360,0			
150°							
<i>x</i>	0.073	0.122	0.220	0.340	0.540	0.600	
<i>y</i>	0,334	0,407	0,470	0,543	0,640	0,700	
-	(0, 334)	(0, 405)	(0, 465)	(0, 540)	(0, 645)	(0, 695)	
<i>P</i>	5530	6030	6530	7030	7530	7600	
200°							
<i>x</i>	0,058	0,070	0,086	0,108	0,130	0,160	0,195
y	0,247	0,277	0,306	0,334	0,362	0,388	0,410
Ð	(0,247)	(0,277)	(0,310)	(0,330)	(0,364)	10000	10500
<i>P</i>	15500	16000	16500	17000	17500	18000	18500
<i>x</i>	0,237	0,275	0,330	0,375	0,450	0,520	0,635
y	0,433	0,457	0,497	0,525	0,575	0,613	0,667
<i>P</i>	19100	19900	20100	20500	21100	21500	21900
250°							
<i>x</i>	0,063	0,080	0,098	0,120	0,142	0,164	0,191
$y \dots \dots$	0,192	0,222	0,252	0,282	0,304	0,325	0,345
n	0=0=0	00050	00070		(0,310)	(0,320)	(0,350)
<i>P</i>	37076	38076	39076	40076	41076	42076	43076
	0.914	0.944	0.979	0.990	0.966	0.490	0 476
a	0,214 0.360	0,244 0,330	0,278	0,320	0,300 0.455	0,420	0,470
P	44076	45076	46076	47076	48076	49076	50076
<i>x</i>	0,595	0,660	0,690				
$y \dots \dots p$	0,980 51078	0,675 59076	0,695 59976				
* * * * * * * *	01070	. 04010	$0 \Delta \Delta i 0$				

F. Gölles:

Ramsay und Young⁵, die für Äthanol nur einen Wert für 240° verzeichnen, wurde der Wert des Dampfdruckes für 250° extrapoliert.

Die Aktivitätskoeffizienten leiten sich wieder aus der bekannten Beziehung

$$f_i = \frac{p_i}{p_{0\,i} \cdot x_i} \quad \text{ab.} \tag{1}$$

Für den Temperaturbereich von $60-150^{\circ}$ kann auf Grund der vorliegenden experimentellen Ergebnisse nichts ausgesagt werden. Die Temperaturabhängigkeit der thermodynamischen Größen ist daher nur für die Bereiche von 25-60° einerseits und von 150-250° andererseits untersucht worden.

Tabelle 2

Reindrucke von Wasser und Äthanol für die untersuchten Temeraturen (nach Ramsay und Young, zitiert in Landolt-Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen, Hw. II, S. 1362ff.)

 H_2O

	60°	150°	200°	250°
$p_{01} \ldots \ldots$	153, 6	3570,7	11661	$29823 \mathrm{~mm/Hg}$
	2,97	69,05	225,5	576,9 lb/sq. inch abs.
Äthanol				
$p_{02}\ldots\ldots$	362,0	7326,0	22164	$49450* \mathrm{mm/Hg}$
-	7,00	141,6	429,0	956,3* lb/sq. inch abs.

Extrapoliert aus den Angaben von Ramsay und Young für 250°.

Für den Bereich von 25—60° ergibt sich für die Funktion $\Delta \overline{G}^E$ für sämtliche Konzentrationen x von 0—1 m ein Ansteigen. Im allgemeinen ist ein Ausdruck von der Form

$$(1 - x)\ln f_1 + x\ln f_2 \tag{2}$$

nicht temperaturabhängig, stellt also keine eindeutige Funktion von T dar. In Abb. 5 der zweiten Mitt.¹ findet sich die Größe $\Delta \overline{G}^E$ in Abhängigkeit von der Konzentration für die Temperaturen 50° und 25° C dargestellt.

Nach der thermodynamischen Beziehung⁶

$$\Delta \bar{H} = \left(\frac{\partial \frac{\Delta G^E}{T}}{\partial \frac{1}{T}} \right)_{p,x}$$
(3)

⁶ G. Kortüm und H. Buchholz-Meisenheimer, Die Theorie der Destillation und Extraktion von Flüssigkeiten, S. 19ff., Springer, Berlin.

ist jedoch der Ausdruck $\frac{\Delta G^{E}}{T}$ temperaturabhängig und läßt sich als Funktion von 1/T darstellen.

Für die einzelnen thermodynamischen Überschußfunktionen ergeben sich folgende Beziehungen:

Die in Gl. (3) links auftretende Größe $\Delta \overline{H}$ ist die integrale molare Mischungswärme. Sie hängt mit den differentiellen Mischungswärmen der Komponenten des binären Systems $\Delta \overline{H_1}$ und $\Delta \overline{H_2}$ in folgender Weise zusammen:

$$\Delta \overline{H} = (1 - x) \,\Delta \overline{H}_1 + x \,\Delta \overline{H}_2 \tag{4}$$

oder anders geschrieben:

$$\Delta \overline{H} = -R \cdot T^2 \cdot \left[(1 - x) \frac{\partial \ln f_1}{\partial T} + x \frac{\partial \ln f_2}{\partial T} \right]$$
(5)

Aus $\Delta \overline{G}^E$ und $\Delta \overline{H}$ findet man schließlich durch einfache Kombination die Beziehung für $T \cdot \Delta \overline{S^E}$:

$$T \cdot \Delta S^E = \Delta \overline{H} - \Delta \overline{G}^E \tag{6}$$

Zur Ermittlung von ΔH ist also jeweils im betreffenden Temperaturbereich der Ausdruck $\Delta \overline{G}^E/T$ gegen den Kehrwert der absoluten Temperatur 1/T aufzutragen. Durch Ermittlung des Funktionswertes an der Stelle $x = x_1$ — in unserem Fall ist diese Stelle der Kehrwert der absoluten Temperatur für 50° bzw. 200° C — sowie an zwei nahe benachbarten Stellen x_0 und x_2 ergeben sich für y drei verschiedene Werte y_0, y_1 und y_2 . aus denen die Differenzquotienten

$$\frac{y_2 - y_1}{h}$$
 und $\frac{y_1 - y_0}{h}$

gebildet werden.

Die Summe dieser Differenzquotienten, durch 2 dividiert, ergibt mit sehr guter Annäherung den Wert des *Differential*quotienten an der Stelle $y = y_1$

$$y'(1) \approx \frac{1}{2h} (y_2 - y_0)$$
(7)
(h = Δx)

Verwendet man zur Berechnung von ΔH die differentiellen Mischungswärmen, so hat man im Sinne der Gleichungen

$$\left(\frac{\partial \ln f_i}{\partial T}\right)_{p,x} = -\frac{\Delta H_i}{R \cdot T^2} \tag{8}$$

oder, für Zwecke der graphischen Differentiation handlicher geschrieben,

$$\Delta \overline{H}_{i} = -R \cdot T^{2} \cdot 2.3 \cdot \left(\frac{\partial \log f_{i}}{\partial T}\right)_{p,x}$$
(8 a)

 $\log f_i$ gegen T aufzutragen und in der geschilderten Weise durch Differenzbildung den Wert des Differentialquotienten in (8a) zu ermitteln. Zweckmäßig ist es, gleich die mit (1 - x) bzw. x multiplizierten Werte von $(\partial \log f_i / \partial T) P$, x zu verwenden. Addition beider Werte und Multiplikation mit $-2.3 \cdot R \cdot T^2$ liefert unmittelbar im Sinne von Gl. (5) die integrale molare Mischungswärme.

In Tab. 3 findet man für die untersuchten Temperaturen die Werte der Aktivitätskoeffizienten nebst dekadischen Logarithmen in Abhängigkeit von der molaren Konzentration verzeichnet.

Aus diesen Werten wurden (Tab. 4) die Werte der freien molaren Zusatzenthalpie und die Werte der Funktion $\Delta \tilde{G}^E/T$ errechnet. Abb. 2 bringt die Funktion $\Delta \tilde{G}^E/T$ in Abhängigkeit von der Konzentration. Der Verlauf der Kurven für den untersuchten Bereich von 25—60° spiegelt die Fehler der experimentellen Messungen deutlich wider, doch ist die Temperaturabhängigkeit gut zu erkennen. Mit steigender Temperatur erhöht sich die Lage der Kurvenmaxima.

Abb. 3 stellt dieselbe Funktion für den Temperaturbereich $150-250^{\circ}$ dar. Hier fällt sofort auf, daß steigende Temperatur ein Sinken der Maximalwerte zur Folge hat. Die Werte des rechten Kurvenastes für 200 und für 250° überschneiden einander teilweise.

Die thermodynamische Zusatzfunktion ΔH und die aus ihr abgeleitete Funktion $T \cdot \Delta \overline{S}^E$ werden nach Gl. (5) und (6) durch graphische Differentiation berechnet. Tab. 5 bringt für die Temperaturen 50° und 200° die Ergebnisse. Bei 50° handelt es sich um eine stark nach unten fallende Kurve mit einem spitzen Minimum bei — 513 cal/mol. Bei steigender Äthanolkonzentration steigt die Kurve wieder sanft an, um bei einem Äthanolgehalt von 100 Mol% sich dem Wert 0 zu nähern. Die Tabelle gibt weiters die Zahlenwerte der Terme

$$x_i \, \frac{\partial \, \log f_i}{\partial \, T}$$

für die angeführten Konzentrationen an. Durch Multiplikation dieser Werte mit dem Ausdruck für $2,3 \cdot RT^2$ erhält man sofort die Werte der $x_i \cdot \Delta \overline{H}_i$. Durch Addition ergeben sich sodann die Werte von ΔH . Der Ausdruck $T \cdot \Delta \overline{S}^E$ zeigt sich im Schaubild ebenfalls als nach unten verlaufende Kurve, doch mit einem flacheren Minimum als beim Ausdruck $\Delta \overline{H}$.



Abb. 2. Funktion $\Delta \bar{G}^E/T$ für den Bereich von 25-60°C in Abhängigkeit von der Konzentration



Abb. 3. Funktion $\Delta \vec{G}^E/T$ für den Bereich von 150–200° in Abhängigkeit von der Konzentration

Tabelle 3

Aktivitätskoeffizienten und deren dekadische Logarithmen log f_i des binären Systems Äthanol---Wasser für die untersuchten Temperaturen 40°

00-									
x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$f_1 \ldots \ldots$	1,10	1,11	1,21	1,35	1,50	1,54	1,76	2,18	2,40
$f_2 \ldots \ldots$	3,10	2,30	1,76	1,44	1,28	1,19	1,10	1,02	1,00
$\log f_1 \ldots$	0,041	0,045	0,082	0,131	0,176	0,187	0,246	0,338	0,380
$\log f_2 \ldots$	0,491	0,361	0,244	0,158	0,107	0,076	0,041	0,008	0,000
150°									
<i>t</i> ₁	1.117	1,212	1.375	1.509	1.665	1,770	1.858	2.053	2.062
<i>t</i> 2	3,04	2.03	1.579	1.360	1,230	1.150	1,087	1,031	1.018
$\log f_1 \dots$	0,048	0,084	0,138	0.179	0.221	0.248	0,269	0.313	0.314
$\log f_2 \ldots$	0,483	0,307	0,198	0,134	0,090	0,061	0,036	0,013	0,008
200 °									
$t_1 \ldots$	1,085	1,200	1,317	1,429	1,525	1,642	1,702	1,821	1,908
$\dot{f}_2 \dots$	2,428	1,688	1,388	1,221	1,138	1,069	1,040	1,011	1,004
$\log t_1 \ldots$	0,035	0.079	0,119	0,155	0,183	0,215	0,231	0,260	0,281
$\log f_2 \ldots$	0,385	0,227	0,142	0,087	0,056	0,029	0,017	0,005	0,002
250°									
$t_1 \dots \dots$	1,096	1,204	1,361	1,435	1,550	1,690	1,750	1,74	1,72
$i_2 \cdots \cdots$	1,986	1,500	1,285	1,158	1,120	1,052	1,053	1,050	1,032
$\log t_1 \ldots$	0,039	0,081	0,119	0,157	0,190	0,228	0,243	0,240	0,236
$\log f_2 \ldots$	0,298	0,176	0,109	0,064	0,049	0,022	0,022	0,021	0,013

Tabelle 4

Zahlenwerte der freien molaren Zusatzenthalpie $\Delta \overline{G}^E$ im System Wasser (1)— Äthanol (2) sowie der Funktion $\Delta \overline{G}^E/T$ in Abhängigkeit von der molaren Äthanolkonzentration für die untersuchten Temperaturbereiche 25—60° und 150—200°

				$\Delta \overline{G} E$					
x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
25°	57,16	93,69	133,3	164, 1	165,3	143,7	119,5	84,5	39,5
50°	81,18	144,2	182,0	192,0	184,0	168,0	136,0	98,0	70,0
60°	80, 6	164,3	197,7	215,9	214,5	184,0	156,7	103,4	57,8
150°	175,8	247,2	299,5	310,5	299,5	262,7	204,8	144,9	73,4
200°	149,1	255,0	270,1	276, 6	257,2	222,6	175,0	112,4	60,5
$250^\circ \ldots$	157,7	238,9	277,1	284,3	286,7	248,5	210,2	152,9	86,0
				$\Delta \overline{G}E$					
				\overline{T}					
25°	0,192	0,314	0,448	0,551	0,554	0,481	0,401	0,283	0,132
50°	0,252	0,446	0,566	0,594	0,570	0,520	0,421	0,303	0,216
60°	0,242	0,495	0,595	0,649	0,644	0,554	0,471	0,311	0,173
150°	0,414	0,593	0,706	0,734	0,706	0,620	0,584	0,342	0,171
$200^\circ \dots$	0,316	0,540	0,571	0,586	0,544	0,470	0,370	0,237	0,129
250°	0,301	0,457	0,529	0,544	0,548	0,475	0,402	0,292	0,165

Zahlenwerte für a	c_i (ð log f_i/∂	$(T), \ \Delta H_i \ \mathrm{unc}$	ł∆ <i>H</i> sowic	Tabelle 5 für $T\Delta \overline{S}^{\overline{h}}$ 50 und 2	5 5 ² im System 200°	Wasser—Ä	thanol, ber.	für die Tem	iperaturen.
સ	0,1	0,2	0,3	0, 4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\frac{50^{\circ}}{10^4 \cdot x_1} \frac{\partial \log f_1}{\partial T} \cdots$	8,8	10,2	10,1	8,2	6,0	3,9	2,5	1,5	0,74
$10^4 \cdot x_2 \frac{\partial \log f_2}{\partial T}$	2,1	0,056	1,6	1,8	— 1,5	0,685	0,32	0,11	-0.032
$x_1 \Delta \vec{E} \dots x_2 \Delta x_2 \dots \dots$		$478,5\\+2,6$	-473 + 73	381 + 86	-280 + 70	+ 32	-117 + 14,5	+ 5,4	-34,5 + 1,5
$\Delta \overline{H} \dots \dots$	513,7	475,8	400	295	210		102,5	-65,0	33,0
$T \Delta S^E \dots$	595		582		394	316		163	- 103
200°									
$10^4 \cdot x_1 \frac{\delta \log f_1}{\delta T} \cdots$	- 0,6	± 0.0	0,1	0,1	-0.01	0.01	0,02	0,007	- 0,004
$10^4 \cdot x_2 \frac{\partial \log f_2}{\partial T} \ .$	1,6	0,6	0.25	0,24	0,17	-0,2	0,15	0,09	0,034
$x_1 \Delta H_1 \dots x_2 \Delta \overline{H}_2 \dots \dots$	61,5 163,5	0,00 61,5	$\begin{array}{c} 10,2\\ 25,8 \end{array}$	$10,2 \\ 24,8$	2,0 17,0	$1,0 \\ 20,0$	2,0 13,0	0,7 9,3	0,4 3,6
$T \ \Delta \overline{S^E} \dots \dots$	+ 76	— 194		242	238	202	158	— 102	57

Monatshefte für Chemie Bd. 93/1

1/1962]

Überprüfung thermodynamischer Daten

209

14

Vergleicht man die vorliegende Kurve für 50° mit der für 25°, die in Kortüm⁶ auf S. 128 abgebildet ist, so fällt vor allem auf, daß das Minimum von $\Delta \overline{H}$ bei 50° um ungefähr 300 cal/mol tiefer liegt und außer-



Abb. 4. Thermodynamische Überschußfunktionen $\Delta \overline{H}$ und $T \Delta \overline{S}^E$ für das System_Wasser/Äthanol bei 50° C



Abb. 5. Thermodynamische Überschußfunktionen $\Delta \overline{H}$ und $T \Delta \overline{S}^E$ für das System Äthanol/Wasser bei 200° C

dem nach links verschoben ist. Doch ist der Verlauf der Funktion $\Delta \overline{G}^{E}$ noch immer wesentlich symmetrischer als der Verlauf der beiden anderen Funktionen $\Delta \overline{H}$ und $T \Delta \overline{S}^{E}$ (Abb. 4).

Ein völlig anderes Bild bietet die Funktion $\Delta \overline{H}$ für 200°. Hier sind die Mischungswärmen stets positiv, weisen ein Maximum für x = 0,1 auf und verlaufen mit steigender Konzentration in der Nähe der x-Achse. Die Funktion $T \cdot \Delta \overline{S}^E$ verläuft unter Vorzeichenwechsel und tritt bei x = 0,17 ins negative Gebiet über (Abb. 5).

Eine Nachprüfung der Werte für $\log f_2 - \log f_1$ nach dem Ansatz von *Redlich* und *Kister* (s. 2. Mitt.¹) ergibt, daß die abgeleiteten Werte der Aktivitätskoeffizienten thermodynamisch konsistent sind. Auch hier findet man mit zwei Parametern *B* und *C* das Auslangen.

Zur weiteren Untersuchung der bei der Mikroanalyse nach Fischer⁴ vorliegenden Verhältnisse sind Dampfdruckmessungen an den beiden anderen binären Systemen, die das ternäre System mit aufbauen, erforderlich. Hierüber wird in den nächsten Mitteilungen berichtet werden.